PESQUISA OPERACIONAL

Professor: Janilson Nascimento

Curso: BSI

IESGO - 2026

MÉTODO SIMPLEX


Roteiro do Método Simplex
Introdução ao Método Simplex
O Método Simplex
Um Roteiro para Otimização Linear

Introdução ao Método Simplex

Criado por George Dantzig em 1947, o método Simplex é um dos algoritmos mais importantes da programação linear. Ele fornece um roteiro sistemático para encontrar soluções ótimas em problemas de otimização.

Origem e Fundamentos do Simplex

Desenvolvimento e Base Teórica

1947

Desenvolvido por George Dantzig para resolver problemas de programação linear.

Conceito

Baseia-se na ideia de que a solução ótima está nos vértices da região viável.

1997

Bertsimas & Tsitsiklis publicam 'Introduction to Linear Optimization'.

2014

R. Vanderbei publica 'Linear Programming: Foundations and Extensions'.

1983

V. Chvátal publica 'Linear Programming'.

1947

Desenvolvido por George Dantzig para resolver problemas de programação linear.

Conceito

Baseia-se na ideia de que a solução ótima está nos vértices da região viável.

1997

Bertsimas & Tsitsiklis publicam 'Introduction to Linear Optimization'.

2014

R. Vanderbei publica 'Linear Programming: Foundations and Extensions'.

1983

V. Chvátal publica 'Linear Programming'.


Roteiro do Método Simplex
Etapas Principais do Algoritmo
Inicialização
Escolher uma solução básica viável inicial (SBV), frequentemente a origem.
Teste de Optimalidade
Verificar se a solução atual é ótima, ou seja, se não há direção de melhora.
Pivoteamento
Selecionar variáveis para entrar e sair da base, movendo para um novo vértice viável.
Iteração
Repetir o processo até a solução ótima, problema ilimitado, ou inviabilidade.

Inicialização

Escolher uma solução básica viável inicial (SBV), frequentemente a origem.

Teste de Optimalidade

Verificar se a solução atual é ótima, ou seja, se não há opção de melhora.

Pivoteamento

Selecionar variáveis para entrar e sair da base, movendo para um novo vértice viável.

Iteração

Repetir o processo até a solução ótima, problema ilimitado, ou inviabilidade.

Características Importantes

- Eficiência prática: É extremamente eficiente em problemas reais, apesar da complexidade teórica.
- Geometria: O algoritmo 'caminha' pelas arestas do poliedro viável até o vértice ótimo.
- Degeneração e ciclagem: Tratados por regras específicas, como a de Bland, para evitar ciclos infinitos.
- Aplicações: Usado em logística, economia, engenharia, planejamento de produção e mercados.

Autores Renomados e Suas Contribuições

- George Dantzig: Criador do método Simplex, autor da obra seminal 'Linear Programming and Extensions'.
- Bertsimas & Tsitsiklis: Contribuíram com uma abordagem moderna e teórica em 'Introduction to Linear Optimization (1997)'.
- R. Vanderbei: Focou em extensões e aplicações práticas em 'Linear Programming: Foundations and Extensions (2014)'.
- V. Chvátal: Reconhecido pela clareza didática e fundamentos em seu livro 'Linear Programming (1983)'.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Simplex – MAXIMIZAÇÃO

$$Z = 10x_1 + 8x_2 + x_3$$

Sujeito a
$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 30 \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 48 \\ x_1 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Simplex – <u>MAXIMIZAÇÃO</u>

$$Z = 10x_1 + 8x_2 + x_3$$

Sujeito a
$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 30 \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 48 \\ x_1 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1º Passo: $Z - 10x_1 - 8x_2 - x_3 = 0$

2º Passo: Adicionar as variáveis de folga

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + xf_1 = 30 \\ 6x_1 + 3x_2 + xf_2 = 48 \end{cases}$$

Tabela 1

	Z	x_1	x_2	x_3	xf_1	xf_2	b
L1	0	3	3	2	1	0	30
L2	0	6	3	0	0	1	48
L3	1	-10	-8	-1	0	0	0

Tabela 1

	Z	x_1	x_2	x_3	xf_1	xf_2	b	
L1	0	3	3	2	1	0	30	→ 30÷3=10
L2	0	6	3	0	0	1	48	→ 48÷6=8 menor valor
L3	1	-10	-8	-1	0	0	0	

↑ menor valor

Nova linha 2: L2÷6 ⇒ 0 1 $\cancel{3/6}$ 1/2 0 0 1/6 8

N.L2 ⇒ $\boxed{0 \quad 1 \quad 1/2 \quad 0 \quad 0 \quad 1/6 \quad 8}$

Tabela 1

	Z	x_1	x_2	x_3	xf_1	xf_2	b	
L1	0	3	3	2	1	0	30	$\rightarrow 30 \div 3 = 10$
L2	0	6	3	0	0	1	48	$\rightarrow 48 \div 6 = 8$ menor Valo
L3	1	-10	-8	-1	0	0	0	

↑ menor valor

Nova linha 2: $L2 \div 6 \Rightarrow 0 \quad 1 \quad \overset{1/2}{\cancel{3/6}} \quad 0 \quad 0 \quad 1/6 \quad 8$

$N.L2 \Rightarrow \boxed{0 \quad 1 \quad 1/2 \quad 0 \quad 0 \quad 1/6 \quad 8}$

Nova Linha 1: $(N.L2 \times (-3)) + L1 \Rightarrow$

$NL2 \times (-3) \rightarrow 0 \quad -3 \quad -3/2 \quad 0 \quad 0 \quad -\overset{-1/2}{\cancel{3/6}} \quad -24$

$+L1 \quad 0 \quad 3 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 30$

$N.L1 \rightarrow \boxed{0 \quad 0 \quad 3/2 \quad 2 \quad 1 \quad -1/2 \quad 6}$

Nova Linha 3: $(NL2 \times 10) + L3$

$NL2 \times 10 \rightarrow$	0	10	5	0	0	$\overset{5/3}{\cancel{10/6}}$	80
$+L3 \rightarrow$	1	-10	-8	-1	0	0	0
$N.L3 \rightarrow$	1	0	-3	-1	0	5/3	80

Nova Linha 3: $(NL2 \times 10) + L3$

$NL2 \times 10 \rightarrow$	0	10	5	0	0	$\overset{5/3}{\cancel{10/6}}$	80
$+L3 \rightarrow$	1	-10	-8	-1	0	0	0
$N.L3 \rightarrow$	1	0	-3	-1	0	$5/3$	80

Tabela 2:

Z	x_1	x_2	x_3	xf_1	xf_2	b
0	0	$3/2$	2	1	$-1/2$	6
0	1	$1/2$	0	0	$1/6$	8
1	0	-3	-1	0	$5/3$	80

Nova Linha 3: (NL2 x 10) + L3

NL2 x 10 →	0	10	5	0	0	$\cancel{10/6}$ 5/3	80
+ L3 →	1	-10	-8	-1	0	0	0
N.L3 →	1	0	-3	-1	0	5/3	80

Tabela 2:

	Z	x_1	x_2	x_3	xf_1	xf_2	b
L1	0	0	3/2	2	1	-1/2	6
L2	0	1	1/2	0	0	1/6	8
L3	1	0	-3	-1	0	5/3	80

$6 \div \frac{3}{2} = \frac{12}{3} = 4 \leftarrow$

$8 \div \frac{1}{2} = \frac{16}{1} = 16$

Nova Linha 3: $(NL2 \times 10) + L3$

$NL2 \times 10 \rightarrow$	0	10	5	0	0	$\cancel{10/6}$ 5/3	80
$+L3 \rightarrow$	1	-10	-8	-1	0	0	0
$N.L3 \rightarrow$	1	0	-3	-1	0	5/3	80

Tabela 2:

	Z	x_1	x_2	x_3	xf_1	xf_2	b
L1	0	0	3/2	2	1	-1/2	6
L2	0	1	1/2	0	0	1/6	8
L3	1	0	-3	-1	0	5/3	80

$6 \div \frac{3}{2} = \frac{12}{3} = 4 \leftarrow$

$8 \div \frac{1}{2} = \frac{16}{1} = 16$

Nova Linha 2 $\rightarrow (NL1 \cdot (-1/2)) + L2$

$$
\begin{array}{lccccccc}
NL1 \times (-1/2) \rightarrow & 0 & 0 & -1/2 & -2/3 & -1/3 & 1/6 & -2 \\
L2 \rightarrow & 0 & 1 & +1/2 & 0 & 0 & 1/6 & 8 \\
\hline
NL2 \rightarrow & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{-2/3} & \boxed{-1/3} & \boxed{\cancel{2/6}\ 1/3} & \boxed{6}
\end{array}
$$

Nova Linha 3 $\rightarrow (NL1 \times 3) + L3$

$$
\begin{array}{lccccccc}
NL1 \times 3 \rightarrow & 0 & 0 & 3 & 4 & 2 & -1 & 12 \\
+L3 \rightarrow & 1 & 0 & -3 & -1 & 0 & 5/3 & 80 \\
\hline
 & \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{3} & \boxed{2} & \boxed{2/3} & \boxed{92}
\end{array}
$$

Tabela 3:

Z	x_1	x_2	x_3	x_{f1}	x_{f2}	b
0	0	1	4/3	2/3	-1/3	4
0	1	0	-2/3	-1/3	1/3	6
1	0	0	3	2	2/3	92

$x_2 = 4$; $x_1 = 6$; $Z_{máx} = 92$

Tabela 3:

Z	x_1	x_2	x_3	xf_1	xf_2	b
0	0	1	4/3	2/3	-1/3	4
0	1	0	-2/3	-1/3	1/3	6
1	0	0	3	2	2/3	92

$x_2 = 4$; $x_1 = 6$; $Z\,máx = 92$

$Z = 10x_1 + 8x_2 + x_3$

$10 \cdot 6 + 8 \cdot 4 + 0$

$60 + 32 + 0$

$\boxed{92}$

$3x_1 + 3x_2 + 2x \leq 30$

$3 \cdot 6 + 3 \cdot 4 + 0 \leq 30$

$18 + 12 \leq 30$

$\boxed{30 \leq 30}$

Tabela 3:

Z	x_1	x_2	x_3	x_{f1}	x_{f2}	b
0	0	1	4/3	2/3	-1/3	4
0	1	0	-2/3	-1/3	1/3	6
1	0	0	3	2	2/3	92

$$\boxed{x_2 = 4 \quad ; \quad x_1 = 6 \quad ; \quad Z_{máx} = \underline{92}}$$

$$6x_1 + 3x_2 \leq 48$$
$$6.6 + 3.4 \leq 48$$
$$36 + 12 \leq 48$$
$$\boxed{48 \leq 48}$$

$$Z = 10x_1 + 8x_2 + x_3$$
$$10.6 + 8.4 + 0$$
$$60 + 32 + 0$$
$$92$$

$$3x_1 + 3x_2 + 2x \leq 30$$
$$3.6 + 3.4 + 0 \leq 30$$
$$18 + 12 \leq 30$$
$$\boxed{30 \leq 30}$$

Conclusão

O **método Simplex**, introduzido por **George Dantzig** em 1947, consolidou-se como uma das ferramentas mais poderosas da **programação linear**. Seu roteiro sistemático — que parte de uma solução básica viável inicial e percorre os vértices da região factível até alcançar o ótimo — tornou-se referência em diferentes áreas, da **logística** à **economia**.

Autores como **Bertsimas & Tsitsiklis**, **Vanderbei** e **Chvátal** reforçam que, apesar de não ser polinomial no pior caso, o Simplex apresenta desempenho excepcional em problemas reais, sendo considerado um dos algoritmos mais eficientes da prática matemática aplicada. Além disso, sua interpretação geométrica e a clareza didática de suas etapas o tornam um marco na história da otimização.

Em síntese, o método Simplex não apenas revolucionou a forma de resolver problemas de decisão, mas também abriu caminho para o desenvolvimento de algoritmos modernos, mantendo-se até hoje como um **pilar da teoria e prática da otimização**.

PERGUNTAS